

И.О. КОЗЛОВ

## ОБЗОР ПОДХОДОВ К ОПИСАНИЮ ПРОЦЕССОВ РАССЕИВАНИЯ СВЕТА В БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЯХ

**Аннотация.** В статье рассмотрены различные подходы к моделированию процессов рассеивания света в биологических тканях. Рассмотрены аналитическое уравнение переноса излучения, подход Тверского, уравнение Бете–Солпитера и его лестничная аппроксимация. Для случаев однократного рассеивания приводится подход Кубелки–Мунка, диффузионное приближение и метод малых возмущений. В работе раскрыты математические основы рассмотренных методов и проанализированы границы применимости для решения уравнения переноса излучения.

**Ключевые слова:** оптическая неинвазивная диагностика, биологическая ткань, уравнение переноса излучения, моделирование процессов рассеивания.

### Введение

Проблема теоретического описания хода лучей через некоторую среду является актуальной и важной в технике и технологии. Множество далёких друг от друга отраслей наук так или иначе изучают проблему распространения электромагнитного излучения, как физика плазмы и атомного ядра, так и астрономия. Развитие приёмо–передающей аппаратуры для электромагнитных волн радио– и микроволнового диапазона и космической техники дало значительный импульс в практическом применении теории распространения излучения в середине 20 века. Характеристики движений воздушных масс, рябь и волны на поверхности океана, пеленгация движущихся объектов – краткий перечень прикладных вопросов, которые занимали физиков и инженеров. Однако, кроме очевидного военного и сугубо технического приложения стали также публиковаться работы, связанные с распространением волн в биологических средах на базе уже разработанной в других отраслях теории. Аналитические и численные модели распространения излучения в применении к биологическим средам позволяют ответить на вопросы о диагностическом объёме, зарегистрированной на приёмнике интенсивности, деполяризации излучения и форме неоднородностей, в зависимости от выбранных регистрирующих систем и источников [1]. Исследования в области распространения волн в биологических средах за последние 50 лет дали жизнь таким широко применяемым технологиям, как оптическая когерентная томография, пульсоксиметрия, фотоплетизмография, лазерная доплеровская флоуметрия, спекл–контрастная визуализация, флуоресцентная спектроскопия и ряду других.

Основой для моделирования распространения излучения в среде являются уравнения Максвелла и уравнения переноса излучения (УПИ). Уравнения Максвелла описывают наиболее подробно и полно все оптические эффекты, а УПИ – основывается на моделировании рассеивающих и поглощающих свойств среды. На практике, строгий аналитический подход уравнений Максвелла применяется довольно редко и в основе многих оптических биомедицинских технологий лежит решение УПИ. Однако, в свою очередь, УПИ также подвергается обобщению в зависимости от задачи.

Для многих прикладных задач (лазерная доплеровская флоуметрия, спекл–контрастная визуализация) важны не только пространственные соотношения процессов рассеивания, но и временные, т.к. интенсивность излучения будет зависеть от скорости движения рассеивающих неоднородностей. В ряде работ за последние годы данная проблематика неоднократно освещалась [2–4]. Однако, перед описанием модификаций УПИ для временных соотношений, в данном обзоре анализируются приближённые решения УПИ для случаев многократного и однократного рассеивания при стационарных условиях и границы их применимости. В приближении однократного рассеяния будут рассмотрены подходы Кубелки–Мунка [5], диффузионное приближение [6] и метод малых возмущений [6], а для случаев многократного рассеивания — подход Тверского [7] и уравнение Бете–Солпитера [8]. Также будет рассмотрен подход численного Монте–Карло моделирования.

### Уравнение переноса излучения

УПИ – основное феноменологическое уравнения для исследования распространения излучения в среде. УПИ было введено С. Чандрасекаром и подробно изложено в книге «Перенос лучистой энергии» [9]. В наиболее общей форме УПИ представляется в виде:

$$\frac{dI}{ds} = -\alpha \cdot I + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $I$  – интенсивность в некоторой точке,  
 $ds$  – расстояние переноса излучения  $dI$ ,  
 $\alpha$  – коэффициент поглощения  
 $\varepsilon$  – функция источника излучения.

То есть, изменение интенсивности при переходе на расстояние  $ds$  зависит от поглощения начальной интенсивности  $I$  и от всех остальных источников, находящихся в некотором телесном угле вокруг точки  $ds$ . Формальным решением данного уравнения будет являться следующее выражение:

$$I(s) = I(0) \cdot e^{-\tau(s,0)} + \int_0^s \varepsilon(s') \cdot e^{-\tau(s,s')} ds', \quad (2)$$

где  $I(0)$  – интенсивность в начале координат,  
 $s, s'$  – точки в пространстве,

выражение  $\tau(a,b)$  описывает следующий интеграл  $\int_a^b \alpha(s') ds'$  – оптическое расстояние

между некоторыми точками, которое ослабляет излучение.

Таким образом, интенсивность в некоторой точке пространства зависит от излучения из иных точек пространства, ослабленного прохождением пути в оптически плотной среде. Данный класс уравнений называются *интегро-дифференциальными*, так как в данном случае функция источника выражается как интеграл интенсивности в точке. Однако, на практике данный конкретный вид решения не используется, и форма самого уравнения значительно модифицируется в зависимости от рассматриваемой среды, геометрии, динамики и иных условий. Например, среда может характеризоваться рассеивающими свойствами, тогда, функция излучения будет модифицирована таким образом, чтобы учесть вклад «вторичных» источников излучения, коими является каждый рассеиватель, попавший в пучок излучения. При условии, что среда является исключительно рассеивающей, функция излучения примет следующий вид:

$$\varepsilon(\vartheta, \phi) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} p(\vartheta, \phi; \vartheta', \phi') I(\vartheta', \phi') \sin(\vartheta') d\vartheta' d\phi', \quad (3)$$

где  $p(\vartheta, \phi; \vartheta', \phi')$  – угловая функция, описывающая угол между направлениями соответственно  $(\vartheta, \phi)$  и  $(\vartheta', \phi')$ . Интегрирование по углам  $\vartheta'$  и  $\phi'$  демонстрирует вклад в функцию источника от всех рассеянных в среде пучков света (рисунок 1) в некотором объёме.

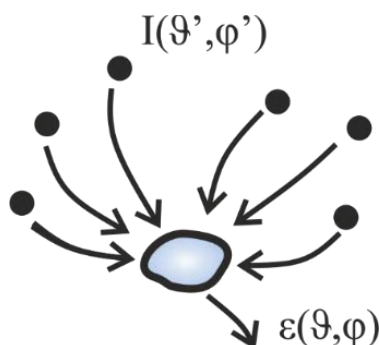


Рисунок 1 – Формирование функции источника в уравнении УПИ

Дальнейшая модификация характеристик среды, границ, учёт рассеивающих и поглощающих свойств приводит к тому, что аналитическое решение УПИ становится

затруднённым. На рисунке 2 представлены подходы к упрощённому решению уравнения переноса для задач многократного и однократного рассеяния.



Рисунок 2 – Подходы для приближённого решения УПИ для разных случаев

### Теория Кубелки–Мунка

В 1931 году П. Кубелка и Ф. Мунк разработали простую теорию, приближённо описывающую распространение излучения и основанную на модели двух световых потоков, распространяющихся в прямом  $F_+(z)$  и обратном направлениях  $F_-(z)$ . Данная теория применяется при условии, что источник освещает поверхность диффузно, а также среда является достаточно мутной, то есть размер рассеивателей много меньше, чем диагностический объём и размер пучка. Рассеяние потока внутри бесконечно малого элемента в направлении вперёд описывается следующим выражением:

$$dF_+ = -(K + S)F_+ \rho \sigma_t dz, \quad (4)$$

где  $\rho$  – число частиц в элементарном объёме,  
 $\sigma_t$  – полное сечение рассеяния для отдельной частицы,  
 $K$  и  $S$  – безразмерные коэффициенты.

Для случая, если интенсивность падающей волны диффузна и изотропна, то коэффициенты  $K$ ,  $S$  принимают следующий вид:

$$K = 2(\sigma_a / \sigma_t), \quad (5)$$

$$S = W_0 - \sum_{n=1}^{\infty} W_n C_n^2, \quad (6)$$

где величины  $C_n^2$  – ряд 1/4, 1/16, 1/256 для нечётных значений  $n$ ,  
 $W_0$  – альbedo,  
 $W_n$  – коэффициенты разложения фазовой функции.

Основной проблемой данной теории является тот факт, что значения коэффициентов  $K$  и  $S$  надо определять экспериментально и редко бывает, что источник абсолютно диффузен и излучение изотропно. Кроме того, при часто встречающемся практическом случае коллимированного пучка с узкой спектральной характеристикой двухпоточковая теория не работает. Для такого пучка надо разделять обратное и прямое распространение излучения на два потока – диффузный и коллимированный. Особенностью четырёхпоточкового подхода Кубелки–Мунка является тот факт, что диффузный поток увеличивается за счёт процессов

рассеяния и поглощения коллимированного потока. Теория Кубелки–Мунка нашла своё применение в моделировании флуоресценции [10], спектроскопии диффузного отражения [11] и других приложениях.

### Диффузионное приближение

Диффузионное приближение [12] применяется для решения УПИ в случаях, когда исследуемая среда имеет более 1 % рассеивающих частиц от объёмной доли, то есть применять более простые методы не получится. Как и для двухпоточковой теории Кубелки–Мунка в диффузионном приближении распространяющийся в среде свет разделяется на два потока – ослабленная падающая интенсивность и диффузная интенсивность. Предполагается, что распределение излучения при диффузном приближении практически изотропно. Одной из распространённых задач, решаемых в рамках диффузионного приближения, является падение коллимированного пучка на слой с рассеивателями. Диффузная интенсивность в некоторой точке  $r$  задаётся следующим образом:

$$F_d = \frac{\sigma_s \bar{\mu} F_0(\rho)}{\sigma_{tr}} \exp(-\rho \sigma_t z) \hat{z} - \frac{4\pi}{3\rho \sigma_{tr}} \text{grad} U_d(r), \quad (7)$$

где  $\bar{\mu}$  – среднее значение косинуса угла рассеяния, определяемое выбранной фазовой функцией,

$\sigma_{tr}$  – транспортный коэффициент,

$U_d(r)$  – средняя диффузная интенсивность, определяемая из граничных условий,

$F_0(\rho)$  – начальная интенсивность.

Для другого важного случая плоской волны, падающей на слой непоглощающих рассеивающих частиц, начальная интенсивность будет задана константой и примет следующий вид:

$$F_d(z) = -F_0 \exp(-\rho \sigma_t z) \hat{z} \quad (8)$$

Таким образом, без поглощения вся излученная интенсивность рано или поздно рассеется назад. Диффузионное приближение используется, когда процесс рассеяния света доминирует над процессами поглощения, что верно не для всех биологических тканей. Также из-за важности граничных условий диффузионное приближение не применяется для оптически тонких образцов. Практические вопросы применения данной теории рассмотрены в статьях [13,14].

### Метод малых возмущений

Метод малых возмущений [15–17] применяется в случае, когда относительные флуктуации среды слабы, среда характеризуется низким коэффициентом рассеяния и радиус неоднородностей много меньше, чем кубический корень из объёма среды, то есть, неоднородности плотно заполняют некоторый ограниченный объём. В случае однократного рассеяния пользуются так называемым «борновским приближением» [18] – случаем, при котором решение интегрального уравнения, описывающего поле, линейно зависит от параметра флуктуаций рассеивающих характеристик среды. В борновском приближении, однократно рассеянное поле записывается в виде:

$$u_1(r) = -k_0^2 \int G(r, r') \tilde{\epsilon}(r') u_0(r') d^3 r', \quad (9)$$

где  $G(r, r')$  – функция Грина свободного пространства,

$\tilde{\epsilon}(r')$  – флуктуации неоднородностей среды в точке  $r'$ .

Ограничившись рассмотрением только первого порядка рассеяния, существует возможность получить важные практические результаты: оценить среднюю интенсивность рассеянного излучения, перейти к временным и пространственным нестационарным состояниям, а также рассмотреть эволюцию вектора поляризации без серьёзного усложнения модели. Средняя интенсивность в борновском приближении при условии сферической волны выражается в следующем виде:

$$\bar{I}_1(r) = \frac{\pi k_0^4 |A|^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(R) \Phi_\epsilon(q, R)}{|r-R|^2 |R-r_0|^2} d^3 R, \quad (10)$$

где  $M(R)$  – функция, которая принимает значение 1 только внутри  $V$ ,  
 $\Phi_\varepsilon(q, R)$  – спектральная плотность флуктуаций неоднородностей среды,  
 $A$  – амплитуда падающей волны.

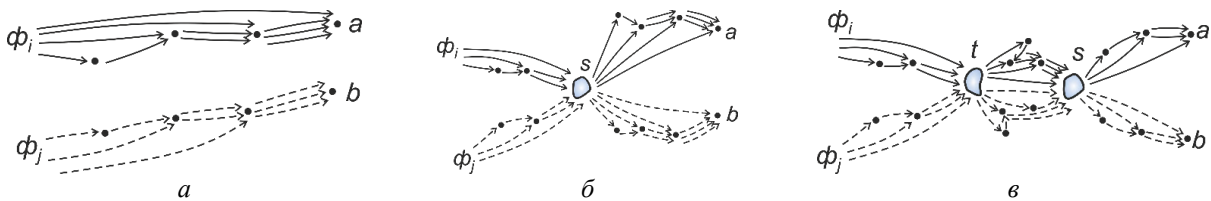
**Подход Тверского для многократного рассеивания света**

Подход, предложенный В. Тверским [19], основан на предположении, что некоторый объём  $V$  заполнен рассеивающими частицами с векторными координатами  $r_n$  и  $n = 1, 2, \dots, N$  и что падающая на некоторую область волна – плоская. Как и в допущении для формулы (3) в подходе Тверского учитывается тот факт, что лучистая энергия в некоторой области суммируется от источников из других областей. Однако, надо принять во внимание тот факт, что на каждый рассеиватель падает в свою очередь рассеянное излучение от других частиц. То есть, надо учитывать многократность событий рассеяния при формировании функции источника излучения по принципу цепочки. Далее, вполне возможна такая ситуация, что происходит и обратное рассеяние на частицах – это значит, что световая волна (или определённый пучок фотонов) может не один раз обойти некоторый рассеиватель. В подходе Тверского в целях упрощения принято решение отказаться от рассмотрения процессов, связанных с обратным рассеянием на частицах. Согласно этому подходу, интенсивность в некоторой точке  $a$  описывается следующим выражением:

$$\psi^a = \phi_i^a + \sum_{s=1}^N u_s^a \phi_i^s + \sum_{s=1}^N \sum_{t=1, t \neq s}^N u_s^a u_t^s \phi_i^t + \sum_{s=1}^N \sum_{t=1, t \neq s}^N \sum_{m=1, m \neq t, m \neq s}^N u_s^a u_t^s u_m^t \phi_i^m, \quad (11)$$

где  $\phi_i^a$  – падающая волна из некоторой точки  $a$  в некоторую точку  $i$ ,  
 $u_s^a$  – оператор рассеяния волны из точки  $a$  в точку  $s$ .

Каждое слагаемое формулы 11 описывает соответствующие процессы рассеяния (рисунок 3).



**Рисунок 3 – Процессы рассеивания падающей волны на неоднородностях в среде:**  
 а) однократное рассеивание; б) двухкратное рассеивание; в) трёхкратное рассеивание

Для практических случаев необходимо учитывать корреляционную функцию поля от разных точек. Таким образом, корреляционная функция когерентного поля  $\langle \psi^a \rangle$  и комплексно–сопряжённого поля  $\langle \psi^{b*} \rangle$  описывает поле в некоторой точке, зарегистрированное от рассеивающих частиц  $a$  и  $b$ . С учётом концентрации рассеивателей  $\rho(r_s)$  в некоторой точке  $r_s$  корреляционная функция примет следующий вид:

$$\langle \psi^a \psi^{b*} \rangle = \langle \psi^a \rangle \langle \psi^{b*} \rangle + \int \mathcal{G}_s^a \mathcal{G}_s^{b*} |\langle \psi^s \rangle|^2 \rho(r_s) dr_s + \int \mathcal{G}_s^a \mathcal{G}_s^{b*} \mathcal{G}_t^s \mathcal{G}_t^{s*} |\langle \psi^t \rangle|^2 \rho(r_s) \rho(r_t) dr_t + \dots \quad (12)$$

$$\mathcal{G}_s^a = u_s^a + \int u_t^a u_s^t \rho(r_t) dr_t + \int u_t^a u_m^t u_s^m \rho(r_m) \rho(r_t) dr_t dr_m + \dots \quad (13)$$

В уравнении (13) первое слагаемое описывает рассеяние в точке  $r_a$  от рассеивателя  $s$ ; второе слагаемое описывает процесс рассеяния волны из точки  $s$  на частицу  $t$  и затем на частицу  $r_a$ , и так далее для всех частиц [20]. На практике данный подход был использован автором для исследований суспензий эритроцитов [21], исследования рассеивающих свойств роговицы [19] и других задач. Однако, в последние десятилетия данный подход не был широко используем в целях основы моделирования оптических свойств биоткани. Иным способом моделирование поля в многократно рассеивающей среде является лестничная аппроксимация уравнения Бете–Солпитера.

### Уравнение Бете–Солпитера для многократного рассеивания света

Уравнение Бете–Солпитера (УБС) [22] также итеративно решает УПИ, но является более строгим, чем подход Тверского. В наиболее простом случае УБС решается для следующих допущений: волны описываются скалярным полем, неоднородности непрерывны, а флуктуации показателя преломления неоднородностей распределены по Гауссу и среда является бесконечной. Для средней случайной функции Грина, которая описывает среднее поле точечного источника при допущениях, что среднее значение нечётных флуктуаций показателя преломления равны 0 (т.к. распределены по Гауссу), а чётные являются суммами корреляционных функций неоднородности среды, уравнение принимает следующий вид:

$$\overline{G}(r, r_0) = G_o(r, r_0) + k^4 \int G_o(r, r_1) G_o(r_1, r_2) G_o(r_2, r_0) \psi_\varepsilon(r_1, r_2) d^3 r_1 d^3 r_2 + \dots \quad (14)$$

где  $G_o(r, r_0)$  – функция Грина,

$\psi_\varepsilon(r_1, r_2)$  – функция корреляции флуктуаций показателя преломления,

$k$  – волновое число.

Каждое слагаемое выражения (14), начиная со второго, описывает сумму попарных произведения функций корреляции неоднородностей среды на произведения функций Грина для систем из двух точек, четырёх точек, 6 и так далее. В практических случаях, как и для подхода Тверского, необходимо знать корреляцию двух средних функций Грина, описывающих поле в некотором пространстве:

$$\Gamma(r', r_0', r'', r_0'') = \overline{G}(r', r_0') \overline{G}(r'', r_0'') + \int \overline{G}(r', r_0') \overline{G}^*(r'', r_0'') K(r_1, r_2; r_3, r_4) \times \Gamma(r_3, r_4; r_0', r_0'') dr_1 dr_2 dr_3 dr_4, \quad (15)$$

где  $K$  – ядро оператора интенсивности.

Если предположить, что ядро оператора интенсивности описывает только корреляцию неоднородностей среды между двумя точечными источниками, можно представить  $K$  в виде так называемого «лестничного приближения»:

$$K(r_1, r_2, r_3, r_4) = k^4 \psi_\varepsilon(r_1, r_2) \delta(r_1 - r_3) \delta(r_2 - r_4) \quad (16)$$

Таким образом, существует возможность итеративно находить решение уравнения Бете–Солпитера для случая корреляции неоднородностей среды между соседними рассеивателями во всех направлениях многократного рассеивания с учётом когерентных и некогерентных свойств света. Этот способ значительно облегчает поиск приближённого решения УПИ этим методом.

### Метод Монте–Карло для моделирования многократного рассеяния

Для решения УПИ часто используют метод Монте–Карло (МК) [23–27]. В методе МК по очереди моделируются траектории пучков фотонов в среде согласно следующей процедуре:

- 1) Фотон инициализируется с некоторым весом;
- 2) Фотон перемещается в среду на некоторое расстояние  $s$ ;
- 3) Вес фотона уменьшается в связи с поглощением;
- 4) Фотон рассеивается на неоднородностях согласно индикатрисе рассеяния и его вес уменьшается;
- 5) Вектор направления фотона меняется;
- 6) Процедура 1–5 повторяется до уменьшения веса фотона или до выхода пучка из среды.

После повторения процессов 1–6 около  $10^5$ – $10^7$  раз существует возможность получить близкие к аналитическим характеристики рассеяния падающей волны произвольной пространственной конфигурации и произвольных характеристик среды. Таким образом, последовательное итеративное вычисление траектории фотонов в среде описывает решение УБС методом «лестничных диаграмм». Метод Монте–Карло является очень гибким и может быть модифицирован для различных условий эксперимента: неоднородность флуктуаций рассеивающих частиц, анизотропия падающей волны, многослойность исследуемой биологической ткани. В так называемом полу–аналитическом приближении метод МК объединяется с уравнением Бете–Солпитера [8, 28] и позволяет отслеживать поляризацию фотонов, а также учитывать когерентные свойства рассеянного излучения.

### Заключение

Моделирование оптических свойств является хорошим примером, когда сугубо теоретические выкладки имеют прикладное значение для науки и техники. Однако, несмотря на развитие данных методов, остаются открытыми вопросы об учёте дифракционных и других волновых эффектов на неоднородностях. Учесть все волновые эффекты можно, решая уравнение Максвелла в чистом виде, однако, до сих пор не существует ни аналитических, ни численных решений, которые могли бы учитывать все описываемые явления для такой сложной и неоднородной ткани, как биологическая. С другой стороны, востребованные подходы к моделированию распространения излучения зачастую достаточно упрощённые и могут совершенно не учитывать важные волновые эффекты. Действительно, в большинстве действующих подходов не рассматривается когерентность излучения, обычно эффекты рассеивания света просто складываются алгебраически и также не учитывается поляризация. Другим важным вопросом является учёт временной эволюции поля, которая происходит из-за движения рассеивателей под кожей. Так, для уравнения Бете–Солпитера и подхода Тверского существует возможность учитывать пространственно–временные соотношения между событиями рассеяния и записать функцию временной корреляции поля для среды с движущимися неоднородностями и учесть многократность рассеивания. Исходя из этого в лазерной доплеровской флоуметрии для решения задачи анализа распространения инфракрасного лазерного излучения в коже, где значительны эффекты доплеровского уширения лазерного излучения, рассмотренные подходы предоставляют возможность моделировать характерный вид спектров мощности фототока при той или иной концентрации и скорости эритроцитов. Таким образом, разработка математической модели лазерной доплеровской флоуметрии, разрешённая относительно скорости и концентрации эритроцитов, улучшит диагностические возможности метода в области анализа периферического кровотока в коже.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19–32–90253.*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тучин В.В. Оптическая биомедицинская диагностика/ В.В. Тучин // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени НГ Чернышевского», 2005. – 5 – 1.
2. Boas D.A. Spatially varying dynamical properties of turbid media probed with diffusing temporal light correlation/ D.A. Boas, A.G. Yodh // J. Opt. Soc. Am. A. OSA, 1997. – 14 – 1. – С. 192–215.
3. Lesaffre M. Effect of the Photons Brownian Doppler Shift on the Weak–Localization Coherent–Backscattering Cone/ Lesaffre, M., Atlan, M., & Gross, M. // Phys. Rev. Lett. American Physical Society, 2006. – 97 – 3. – С. 33901.
4. Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A. Multiple scattering of light by particles: radiative transfer and coherent backscattering/ M. I. Mishchenko, L. D. Travis, A. A Lacis// Cambridge University Press, 2006. – 439 – С.
5. Tarasov A.P. Inaccuracy of the classical Monte Carlo simulation in the general case of 1D turbid biological media/ Tarasov, A. P., Guseva, I. A., Rogatkin, D. A. // 2016 International Conference Laser Optics, 2016. – С. S2–24–S2–24.
6. Skipetrov S.E. Analysis, by the Monte Carlo method, of the validity of the diffusion approximation in a study of dynamic multiple scattering of light in randomly inhomogeneous media/ Skipetrov, S. E. E., Chesnokov, S. S. // Quantum Electron., IOP Publishing, 1998. – 28 – 8. – С. 733–737.
7. Twersky V. Multiple Scattering of Waves and Optical Phenomena/ V. Twersky // J. Opt. Soc. Am. OSA, 1962. – 52 – 2. – С. 145–171.
8. Kuzmin V.L. Coherent effects of multiple scattering for scalar and electromagnetic fields: Monte–Carlo simulation and Milne–like solutions/ V. L. Kuzmin, I.V. Meglinski, // Opt. Commun., 2007. – 273 – 2. – С. 307–310.
9. Chandrasekhar S. Radiative transfer/ S. Chandrasekhar // Courier Corporation, 2013. – 402 С.
10. Shakespeare T. A fluorescent extension to the Kubelka–Munk model/ T. Shakespeare, J. Shakespeare // Color Res. Appl., 2003. – 28. – 1. – С. 4–14.
11. Loyalka S.K. Inverse Problem in Diffuse Reflectance Spectroscopy: Accuracy of the Kubelka–Munk Equations/ Loyalka, S. K., Riggs, C. A. // Appl. Spectrosc. OSA, 1995. – 49 – 8. – С. 1107–1110.
12. Kim A.D. Optical diffusion of continuous–wave, pulsed, and density waves in scattering media and comparisons with radiative transfer/ Kim, A. D., Ishimaru, A. // Appl. Opt. OSA, 1998. – 37 – 22. – С. 5313–5319.
13. Jacques S.L. Tutorial on diffuse light transport/ Jacques, S. L., & Pogue, B. W. // J. Biomed. Opt., 2008. – 13 – 4. – С. 1–19.

14. Klose A.D. Light transport in biological tissue based on the simplified spherical harmonics equations/ A. D. Klose, E. W. Larsen // J. Comput. Phys., 2006. – 220 – 1. – С. 441–470.
15. Ripoll J. Free–Space Propagation of Diffuse Light: Theory and Experiments/ J. Ripoll, R.B. Schulz, V. Ntziachristos// Phys. Rev. Lett. American Physical Society, 2003. –91. – С. 103901.
16. Feng B. A generalized Rytov approximation for accurate calculation of phase variation in strong perturbation media/ B. Feng, R.–S. Wu, H. Wang // Geophys. J. Int. 2019. – 219. – С. 968–974.
17. Барабаненков Ю.Н. Состояние теории распространения волн в случайно–неоднородной среде/ Ю. Н. Барабаненков, Ю. А. Кравцов, С. М. Рытов, В. И. Татарский // Успехи физических наук, 1970. – 102. – С. 3–42.
18. Lim J. Born approximation model for light scattering by red blood cells/ J. Lim, H. Ding, M. Mir, R. Zhu, K. Tangella, G. Popescu // Biomed. Opt. Express. OSA, 2011. – 2. – 10. – С. 2784–2791.
19. Twersky V. Transparency of pair–correlated, random distributions of small scatterers, with applications to the cornea/ V. Twersky // J. Opt. Soc. Am. OSA, 1975. – 65 – 5. – С. 524–530.
20. Ishimaru A. Electromagnetic wave propagation, radiation, and scattering: from fundamentals to applications/ A. Ishimaru // John Wiley & Sons, 2017. – 940 С.
21. Twersky V. Absorption and Multiple Scattering by Biological Suspensions/ V. Twersky // J. Opt. Soc. Am. OSA, 1970. – 60 – 8. – С. 1084–1093.
22. Brown W.P. Second Moment of a Wave Propagating in a Random Medium/ Brown W.P. // J. Opt. Soc. Am. OSA, 1971. – 61 – 8. – С. 1051–1059.
23. Prah S.A. A Monte Carlo model of light propagation in tissue/ S.A. Prah // Dosimetry of Laser Radiation in Medicine and Biology, SPIE, 1989. – 10305. – С. 105–114.
24. Wang L. MCML–Monte Carlo modeling of light transport in multi–layered tissues/ L. Wang, S.L. Jacques, L. Zheng// Comput. Methods Programs Biomed., 1995. – 47 – 2. – С. 131–146.
25. Rafailov I.E. Computational model of bladder tissue based on its measured optical properties/ I. E. Rafailov, V. V. Dremin, K. S. Litvinova, A. V. Dunaev, S. G. Sokolovski, E. U. Rafailov // J. Biomed. Opt., 2016. – 21 – 2. – С. 25006.
26. Дрёмин В.В. Аналитический обзор подходов к математическому моделированию флуоресценции биологических тканей/ В.В. Дрёмин // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2016. – № 6. – С. 320.
27. Пушкарева А.Е., Кузнецова А.А. Компьютерное моделирование в оптике биотканей. Учебное пособие/ А.Е. Пушкарева, А.А. Кузнецова// ИТМО, 2016. –
28. Kuzmin V. Bethe–Salpeter–based simulations of multiple scattering from bounded media/ V. Kuzmin, A. Valkov A. // J. Phys. Conf. Ser. IOP Publishing, 2019. – 1236. – С. 12048.

**Козлов Игорь Олегович**

ФГБОУ ВО «ОГУ имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия

Аспирант, стажер–исследователь научно–технологического центра биомедицинской фотоники

Тел.: +7–920–814–04–58

E–mail: igor57\_orel@mail.ru

---

I.O. KOZLOV

**REVIEW OF APPROACHES TO DESCRIPTION OF LIGHT SCATTERING  
IN BIOLOGICAL TISSUE**

**Abstract.** *The article discusses various approaches to modeling the processes of light scattering in biological tissues. The analytical radiation transfer equation, the Tversky approach, the Bethe–Salpeter equation, and the ladder approximation are considered. For cases of single scattering, the Kubelka–Munk approach, the diffusion approximation, and the small perturbation method are presented. The mathematical principles of the considered methods are disclosed in the paper and the limits of applicability in solving the radiation transfer equation are analyzed.*

**Keywords:** *non–invasive optical diagnostics, biological tissue, radiation transfer equation, light scattering modeling.*

**BIBLIOGRAPHY**

1. Tuchin V.V. Opticheskaya biomeditsinskaya diagnostika/ V.V. Tuchin // Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya Fizika. Federalnoye gosudarstvennoye byudzhethnoye obrazovatelnoye uchrezhdeniye vysshego obrazovaniya «Saratovskiy natsionalnyy issledovatel'skiy gosudarstvennyy universitet imeni NG Chernyshevskogo», 2005. – 5 – 1.
2. Boas D.A. Spatially varying dynamical properties of turbid media probed with diffusing temporal light correlation/ D.A. Boas, A.G. Yodh // J. Opt. Soc. Am. A. OSA, 1997. – 14 – 1. – С. 192–215.



3. Lesaffre M. Effect of the Photons Brownian Doppler Shift on the Weak–Localization Coherent–Backscattering Cone/ Lesaffre, M., Atlan, M., & Gross, M. // *Phys. Rev. Lett. American Physical Society*, 2006. – 97 – 3. – C. 33901.
4. Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A. Multiple scattering of light by particles: radiative transfer and coherent backscattering/ M. I. Mishchenko, L. D. Travis, A. A Lacis// Cambridge University Press, 2006. – 439 – C.
5. Tarasov A.P. Inaccuracy of the classical Monte Carlo simulation in the general case of 1D turbid biological media/ Tarasov, A. P., Guseva, I. A., Rogatkin, D. A. // 2016 International Conference Laser Optics, 2016. – C. S2–24–S2–24.
6. Skipetrov S.E. Analysis, by the Monte Carlo method, of the validity of the diffusion approximation in a study of dynamic multiple scattering of light in randomly inhomogeneous media/ Skipetrov, S. E. E., Chesnokov, S. S. // *Quantum Electron., IOP Publishing*, 1998. – 28 – 8. – C. 733–737.
7. Twersky V. Multiple Scattering of Waves and Optical Phenomena/ V. Twersky // *J. Opt. Soc. Am. OSA*, 1962. – 52 – 2. – C. 145–171.
8. Kuzmin V.L. Coherent effects of multiple scattering for scalar and electromagnetic fields: Monte–Carlo simulation and Milne–like solutions/ V. L. Kuzmin, I.V. Meglinski, // *Opt. Commun.*, 2007. – 273 – 2. – C. 307–310.
9. Chandrasekhar S. Radiative transfer/ S. Chandrasekhar // Courier Corporation, 2013. – 402 C.
10. Shakespeare T. A fluorescent extension to the Kubelka–Munk model/ T. Shakespeare, J. Shakespeare // *Color Res. Appl.*, 2003. – 28. – 1. – C. 4–14.
11. Loyalka S.K. Inverse Problem in Diffuse Reflectance Spectroscopy: Accuracy of the Kubelka–Munk Equations/ Loyalka, S. K., Riggs, C. A. // *Appl. Spectrosc. OSA*, 1995. – 49 – 8. – C. 1107–1110.
12. Kim A.D. Optical diffusion of continuous–wave, pulsed, and density waves in scattering media and comparisons with radiative transfer/ Kim, A. D., Ishimaru, A. // *Appl. Opt. OSA*, 1998. – 37 – 22. – C. 5313–5319.
13. Jacques S.L. Tutorial on diffuse light transport/ Jacques, S. L., & Pogue, B. W. // *J. Biomed. Opt.*, 2008. – 13 – 4. – C. 1–19.
14. Klose A.D. Light transport in biological tissue based on the simplified spherical harmonics equations/ A. D. Klose, E. W. Larsen // *J. Comput. Phys.*, 2006. – 220 – 1. – C. 441–470.
15. Ripoll J. Free–Space Propagation of Diffuse Light: Theory and Experiments/ J. Ripoll, R.B. Schulz, V. Ntziachristos// *Phys. Rev. Lett. American Physical Society*, 2003. – 91. – C. 103901.
16. Feng B. A generalized Rytov approximation for accurate calculation of phase variation in strong perturbation media/ B. Feng, R.–S. Wu, H. Wang // *Geophys. J. Int.* 2019. – 219. – C. 968–974.
17. Barabanenkov YU.N. Sostoyaniye teorii rasprostraneniya voln v sluchayno–neodnorodnoy srede/ YU. N. Barabaneikov, YU. A. Kravtsov, S. M. Rytov, V. I. Tatarskiy // *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1970. – 102. – S. 3–42.
18. Lim J. Born approximation model for light scattering by red blood cells/ J. Lim, H. Ding, M. Mir, R. Zhu, K. Tangella, G. Popescu // *Biomed. Opt. Express. OSA*, 2011. – 2. – 10. – C. 2784–2791.
19. Twersky V. Transparency of pair–correlated, random distributions of small scatterers, with applications to the cornea/ V. Twersky // *J. Opt. Soc. Am. OSA*, 1975. – 65 – 5. – C. 524–530.
20. Ishimaru A. Electromagnetic wave propagation, radiation, and scattering: from fundamentals to applications/ A. Ishimaru // John Wiley & Sons, 2017. – 940 C.
21. Twersky V. Absorption and Multiple Scattering by Biological Suspensions/ V. Twersky // *J. Opt. Soc. Am. OSA*, 1970. – 60 – 8. – C. 1084–1093.
22. Brown W.P. Second Moment of a Wave Propagating in a Random Medium/ Brown W.P. // *J. Opt. Soc. Am. OSA*, 1971. – 61 – 8. – C. 1051–1059.
23. Prahl S.A. A Monte Carlo model of light propagation in tissue/ S.A. Prahl // *Dosimetry of Laser Radiation in Medicine and Biology, SPIE*, 1989. – 10305. – C. 105–114.
24. Wang L. MCML–Monte Carlo modeling of light transport in multi–layered tissues/ L. Wang, S.L. Jacques, L. Zheng// *Comput. Methods Programs Biomed.*, 1995. – 47 – 2. – C. 131–146.
25. Rafailov I.E. Computational model of bladder tissue based on its measured optical properties/ I. E. Rafailov, V. V. Dremine, K. S. Litvinova, A. V. Dunaev, S. G. Sokolovski, E. U. Rafailov // *J. Biomed. Opt.*, 2016. – 21 – 2. – C. 25006.
26. Dromin V.V. Analiticheskiy obzor podkhodov k matematicheskomu modelirovaniyu fluorestsentsii biologicheskikh tkaney/ V.V. Dromin // *Fundamentalnyye i prikladnyye problemy tekhniki i tekhnologii*. 2016. – № 6. – C. 320.
27. Pushkareva A.Ye., Kuznetsova A.A. Kompyuternoye modelirovaniye v optike biotkaney. Uchebnoye posobiye/ A.Ye. Pushkareva, A.A. Kuznetsova// ITMO, 2016. –
28. Kuzmin V. Bethe–Salpeter–based simulations of multiple scattering from bounded media/ V. Kuzmin, A. Valkov A. // *J. Phys. Conf. Ser. IOP Publishing*, 2019. – 1236. – C. 12048.

**Kozlov Igor Olegovich**

Orel State University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia  
 Postgraduate student, early stage researcher of R&D center of biomedical photonics  
 Tel.: +7–920–814–04–58  
 E–mail: igor\_orel57@mail.ru